

# Liczby zespolone zadania

①

Przypomnienie  $i^2 = -1$ ;  $i^3 = i \cdot i^2 = -i$ ;  $i^4 = i^2 \cdot i^2 = 1$ ;  $i^5 = i^4 \cdot i = i$

21.  $w = \frac{(1-i)^2}{(-2+2i)^2 \cdot i^{63}}$  wyznac  $\text{Re}(w)$  oraz  $\text{Im}(w)$

odp.  $w = 0 + \frac{1}{4}i$   $\text{Re}(w) = 0$ ;  $\text{Im}(w) = \frac{1}{4}$

22.  $w = i^{135}$  Wyznac  $\text{Re}(w)$  oraz  $\text{Im}(w)$

odp.  $i^{135} = i^{130} \cdot i^5 = (i^2)^{65} \cdot i^5 = (-1)^{65} \cdot i^5 = (-1) \cdot i = -i$

23. Znaleć postać trygonometryczną liczb zespolonych  
 $\text{Re}(w) = 0$   $\text{Im}(w) = -1$

a)  $z = -\sqrt{2}$  ( $z = \sqrt{2}(\cos \pi + i \sin \pi)$ )

b)  $z = 5i$

c)  $z = 2 + i\sqrt{2}$   $z = 4(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

d)  $z = -2 + 2i$   $z = 2\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$

24. Niech  $z_1 = -2\sqrt{3} + 2i$ ;  $z_2 = -8j$ ;  $z_3 = -\sqrt{3} - j$

oblicz:

a)  $z_1 \cdot z_2$

b)  $z_1 \cdot z_3$

c)  $\frac{z_1}{z_3}$

25.  $\sqrt[3]{2}$ : postać trygonometryczna liczby  $z = 4(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$   
Znaleć pierwiastki 3 stopnia z liczby  $z$

26.  $z = 1 + i$ . Obliczyć  $z^4$

27. Rozwiąż równanie: (w obrotach liczb zespolonych)

a)  $z^2 + 9 = 0$  ( $z^2 + 0z + 9 = 0$ ;  $\Delta = 0 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = -36$   ~~$\Delta = 36i^2$~~   
 $\sqrt{\Delta} = 6i$   $z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 - 6i}{2} = 0 - 3i = -3i$   
 $z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 + 6i}{2} = 0 + 3i = 3i$

Gdyż  $z^2 + 9 = (z - 3i)(z + 3i)$

b)  $z^2 + 5 = 0$

c)  $z^2 - 2z + 5 = 0$